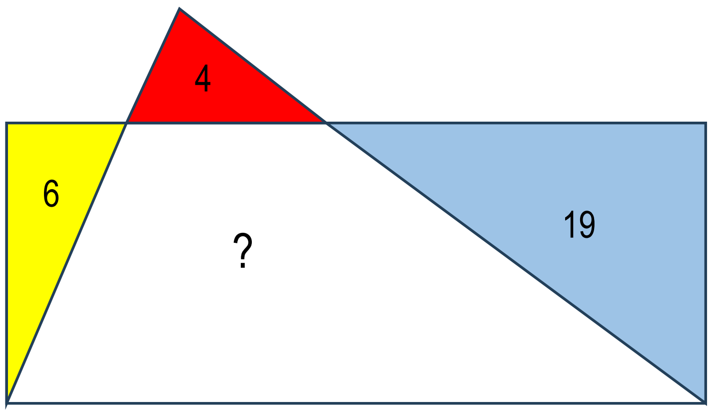
Eine harte Nuß

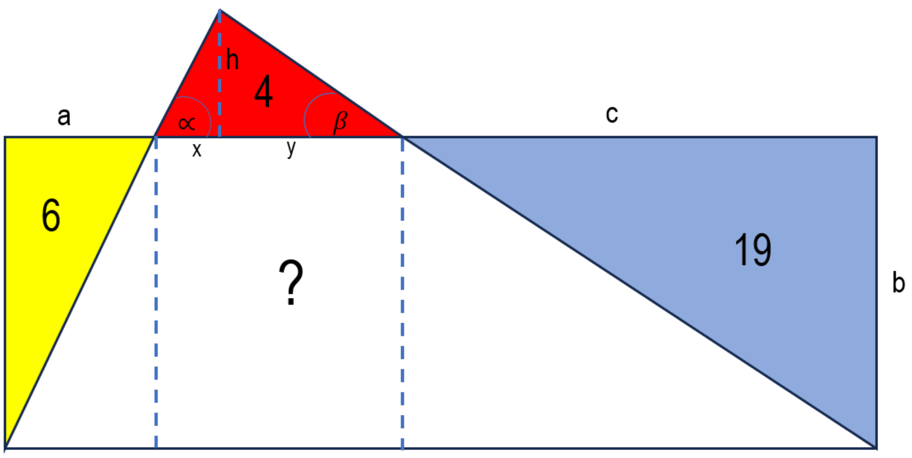
Die folgende Aufgabe ist der Facebook Gruppe „Mathematik & Physik Forum“ entnommen und hat mich irgendwie aufgrund der mehr oder weniger komplexen Aufgabenstellung zur Übernahme und Lösung animiert.

Es soll die mit einem Fragezeichen markierte weiße Fläche berechnet werden.



Lösung:

Zur Lösung habe ich ein paar Bezeichnungen und Hilfslinien eingezeichnet.



Wegen des Wechselwinkels an Parallelen gilt zunächst:

$\tan \propto = \frac{b}{a} = \frac{h}{x}$ und $\tan \beta = \frac{b}{c} = \frac{h}{y}$ sowie $b \cdot a = 12$ und $b \cdot c = 38$.

Außerdem gilt:

$(x+y) \cdot h = 8$ und damit:

$\left(\frac{h}{\tan \propto} + \frac{h}{\tan \beta}\right) \cdot h = 8$ bzw. $\left(\frac{1}{\tan \propto} + \frac{1}{\tan \beta}\right) \cdot h^2 = 8$.

Wegen $b = \frac{12}{a}$ und $b = \frac{38}{c}$ folgt $\tan \propto = \frac{b^2}{12}$ und $\tan \beta = \frac{b^2}{38}$, woraus wiederum sich folgender Ausdruck ergibt:

$\left(\frac{12}{b^2} + \frac{38}{b^2}\right) \cdot h^2 = 8$ und damit: $50 \cdot \frac{h^2}{b^2} = 8$ bzw. $\frac{h^2}{b^2} = \frac{8}{50} = \frac{4}{25}$.

Die Wurzel daraus ergibt: $\frac{h}{b} = \frac{2}{5}$ oder $b = \frac{5}{2} \cdot h = \frac{5}{2} \cdot \frac{8}{(x+y)}$.

Damit sind wir fast bei der Lösung, denn jetzt folgt: $(x+y) \cdot b = \frac{5}{2} \cdot 8 = 20$.

Ein Teil der weißen Fläche, nämlich das Rechteck unter dem roten Dreieck hat die Fläche 20. Klappt man jetzt die farbigen Dreiecke (gelb und blau) nach unten erhält man für die gesuchte Fläche das Ergebnis: $20 + 6 + 19 = 45$.

Aus den obigen benutzten Formeln und Ausdrücken erhält man für die Kantenlängen folgende Werte:

a = 2.4 , c = 7.6 , h = 2 , b = 5 und x+y = 4. Das Rechteck hat die Kantenlängen 14 und 5.